



دوره جمع بندی دوپینگ

دوشنبه

۱۴۰۴/۰۱/۲۵

دفترچه پاسخ

بانک سؤالات کنکور:

الگو و دنباله، توان‌های گویا و عبارت‌های

جبری (فصل ۱ و ۳ دهم)

# دوپینگ‌ماز

گروه آزمایشی علوم ریاضی و فنی  
حسابان

زمان پیشنهادی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	درس
۲۱ دقیقه	۱۲	۱	۱۲	حسابان

الگو و دنباله، توان‌های گویا و عبارت‌های جبری	-	جامع مشتق و کاربرد مشتق	جامع حد و پیوستگی	جامع مثلثات	جامع تابع-توابع نمایی و لگاریتمی	مباحث پایه
هفته ششم	هفته پنجم	هفته چهارم	هفته سوم	هفته دوم	هفته اول	

۵۵ روز جمع‌بندی تا کنکور اردیبهشت

دفترچه مکمل دوپینگ: این دفترچه روز بعد از آزمون دوپینگ هر درس در اختیار شما قرار می‌گیرد و شامل بانک سؤالات کنکورهای سراسری ۹۸ تا ۱۴۰۳ در همان مبحث است تا ضمن مرور مجدد، سیر تست‌های کنکور در هر مبحث را به دقت مورد بررسی قرار دهید.

حق چاپ و تکثیر سؤالات به هر روش (الکترونیکی و ...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سؤالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



سوالات کنکور: فصل ۱ دهم

۱- در یک کلاس ۳۹ نفری، ۱۶ نفر در گروه ورزش، ۱۲ نفر در گروه روزنامه دیواری و ۹ نفر فقط در گروه ورزش هستند. چند نفر آنان عضو هیچ یک از این دو

گروه نیستند؟

۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱) (کنکور داخل ۹۸)

پاسخ: گزینه ۴

روش اول:

با توجه به داده‌های سوال:

$$n(U) = 39$$

$$n(A) = 16 \text{ : افراد گروه ورزش}$$

$$n(B) = 12 \text{ : افراد گروه روزنامه دیواری}$$

$$n(A - B) = 9 \text{ : فقط گروه ورزش}$$

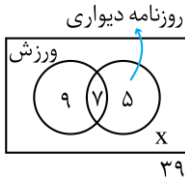
می‌دانیم:  $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B)$ ، پس:

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) \Rightarrow 9 = 16 - n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B) = 16 - 9 = 7$$

تعداد افرادی که عضو هیچ یک از دو گروه نیستند:

$$n(A' \cap B') = n(U) - n(A \cup B) = n(U) - (n(A) + n(B) - n(A \cap B)) = 39 - (16 + 12 - 7) = 18$$

روش دوم:



$$9 + 7 + 5 + x = 39 \Rightarrow x = 18$$

۷: عضو هر دو گروه

۹: فقط عضو گروه ورزش

x: افرادی که عضو هیچ گروهی نیستند.

۵: فقط عضو گروه روزنامه دیواری

گروه آموزشی ماز

۲- در یک کلاس ۴۲ نفری، ۱۵ نفر عضو گروه آزمایشگاهی و ۱۲ نفر عضو گروه فوتبال و ۷ نفر آنان عضو هر دو گروه هستند. چند نفر آنان عضو هیچ یک از

این دو گروه نیستند؟

۲۲ (۴)

۲۱ (۳)

۱۸ (۲)

۱۵ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۱) (کنکور خارج ۹۸)

پاسخ: گزینه ۴

نکته ۱:

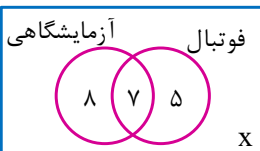
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

نکته ۲:

$$n(A' \cap B') = n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B)$$

روش اول:

طبق نمودار ون مقابل، داریم:



$$x + (8 + 7 + 5) = 42 \Rightarrow x = 22$$

روش دوم:

اگر کل افراد کلاس را مجموعه U در نظر بگیریم:

$$n(U) = 42$$

$$A \Rightarrow n(A) = 12 \text{ : گروه فوتبال}$$

$$B \Rightarrow n(B) = 15 \text{ : گروه آزمایشگاهی}$$

$$A \cap B \Rightarrow n(A \cap B) = 7 \text{ : هر دو گروه}$$

$$\Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 12 + 15 - 7 = 20$$

تعداد اعضای که در هیچ یک از این دو گروه نیستند برابر است با:

$$n((A \cup B)') = n(U) - n(A \cup B) = 42 - 20 = 22$$

گروه آموزشی ماز





$$a_n = -2k + 4 \Rightarrow \begin{cases} n = 3k + 1 \xrightarrow[k=0]{n=1} a_1 = 4 \\ n = 3k + 1 \xrightarrow[k=1]{n=4} a_4 = 2 \\ n = 3k + 1 \xrightarrow[k=2]{n=7} a_7 = 0 \end{cases}$$

$$a_n = \left[ \frac{n}{k+2} \right] + a \Rightarrow \begin{cases} n = 3k + 2 \xrightarrow[k=0]{n=2} a_2 = \left[ \frac{2}{0+2} \right] + a = 1 + a \\ n = 3k + 2 \xrightarrow[k=1]{n=5} a_5 = \left[ \frac{5}{1+2} \right] + a = 1 + a \\ n = 3k + 2 \xrightarrow[k=2]{n=8} a_8 = \left[ \frac{8}{2+2} \right] + a = 2 + a \end{cases}$$

می دانیم که مجموع ۱۰ جمله اول دنباله برابر ۱۹ است. پس:

$$1 + 2 + 4 + 8 + 4 + 2 + 0 + (1+a) + (1+a) + (2+a) = 19 \Rightarrow a = -2$$

ما به دنبال  $a_2 + a_5 + a_8 + \dots + a_{29}$  هستیم. اگر کمی دقت کنیم متوجه خواهیم شد که همه این جملات از ضابطه سوم به دست می آیند. بنابراین:

$$ضابطه سوم: a_n = \left[ \frac{n}{k+2} \right] + a \xrightarrow[a=-2]{n=3k+2} a_n = \left[ \frac{3k+2}{k+2} \right] - 2; n = 3k+2$$

$$\left[ \frac{3k+2}{k+2} \right] = \left[ \frac{(3k+4) + k - 2}{k+2} \right] = \left[ 2 + \frac{k-2}{k+2} \right] = 2 + \left[ \frac{k-2}{k+2} \right]$$

به ازای  $k=0$  و  $k=1$ ، عبارت  $\left[ \frac{k-2}{k+2} \right]$  برابر  $(-1)$  و به ازای سایر اعداد حسابی برابر صفر است.

$$\sum_{k=0}^9 \left[ \frac{3k+2}{k+2} \right] - 2 = (-1) + (-1) + 0 + 0 + \dots + 0 = -2$$

گروه آموزشی ماز

$$5- \text{ دنباله } a_n = \begin{cases} 3k & ; n = 3k \\ -2k + 4 & ; n = 3k + 1 \\ \left[ \frac{n}{k+2} \right] + a & ; n = 3k + 2 \end{cases}$$

و نهم و سیام دنباله، کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

۱۰۲۴ (۴)

۵۰۵ (۳)

-۷ (۲)

$\frac{-43}{6}$  (۱)

(دشوار - محاسباتی - ۱۰۰) (کنکور خارج ۱۴۰۰)

پاسخ: گزینه ۲

ابتدا اعداد حسابی را در دنباله قرار می دهیم و ۱۰ جمله اول آن را می نویسیم فقط دقت شود که جملات  $a_0, a_3, a_6, a_9$  را از ضابطه اول و جملات  $a_2, a_5, a_8$  را از ضابطه سوم و جملات  $a_1, a_4, a_7$  را از ضابطه وسط به دست می آوریم:

$$a_n : 1, 4, 1+a, 2, 2, 1+a, 3^2, 0, 2+a, 2^3$$

می دانیم که مجموع ۱۰ جمله اول دنباله برابر ۱۹ است. پس:

$$19 = 25 + 3a \Rightarrow a = -2$$

چون جمله اول  $a$  است، بنابراین جمله بیست و نهم،  $a_{28}$  و جمله سیام،  $a_{29}$  است. پس:

$$28 = 3k + 1 \Rightarrow k = 9 \Rightarrow a_{28} = -2(9) + 4 = -14 \Rightarrow a_{28} = -14$$

$$29 = 3k + 2 \Rightarrow k = 9 \Rightarrow a_{29} = \left[ \frac{29}{11} \right] - 2 = 0 \Rightarrow a_{29} = 0$$

$$\Rightarrow \text{میانگین جملات } 29 \text{ ام و } 30 \text{ ام} = \frac{-14 + 0}{2} = -7$$

گروه آموزشی ماز

۶- دنباله های هندسی با قدرنسبت طبیعی و بزرگ تر از یک که شامل ۵ جمله هستند را در نظر بگیرید. چه تعداد از این نوع دنباله ها می توان یافت که جملات آن عضو مجموعه  $\{1, 2, \dots, 100\}$  باشند؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)



(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۴

نکته:

جمله عمومی دنباله هندسی با جمله اول  $a$  و قدر نسبت  $q$  به صورت  $a_n = aq^{n-1}$  می باشد.

$$a, aq, aq^2, aq^3, aq^4$$

$$1 \leq aq^4 \leq 100 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} q=2 \rightarrow 1 \leq 16a \leq 100 \rightarrow a=1, 2, 3, 4, 5, 6 \\ q=3 \rightarrow 1 \leq 81a \leq 100 \rightarrow a=1 \end{array} \right\} \rightarrow \text{تعداد جواب} = 7$$

گروه آموزشی ماز

۷- اعداد طبیعی طوری دسته بندی شده اند که تعداد عضوهای هر دسته (بجز دسته اول و دوم)، برابر بزرگ ترین عضو دسته قبل است. یعنی  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, \dots\}$ . میانگین عضوهای دسته سیزدهم، کدام است؟

۶۱۴۴/۵ (۴)

۴۶۰۸/۵ (۳)

۳۰۷۲/۵ (۲)

۲۳۰۴/۵ (۱)

(دشوار - محاسباتی - ۱۰۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۳

جملات آخر دسته ها:  $1, 3, 6, 12, 24, \dots$

بجز دسته اول، تشکیل دنباله هندسی با قدر نسبت ۲ می دهند.

جمله آخر دسته دوازدهم:  $3 \times 2^{10} = 3072$

جمله آخر دسته سیزدهم:  $3 \times 2^{11} = 6144$

دسته سیزدهم:  $\{3072, \dots, 6144, 6144\}$

$$\bar{x} = \frac{3072 + 6144}{2} = 4608/5$$

گروه آموزشی ماز

۸- اگر  $a^2 + 9b^2 = 10ab$  باشد، مقدار  $\log\left(\frac{a+3b}{4}\right)$ ، واسطه حسابی کدام دو جمله زیر است؟

$\log a, \log 3b$  (۲)

$\log a, \log 3b$  (۱)

$\log \sqrt{a}, \log \sqrt{3b}$  (۴)

$\log \sqrt{a}, \log \sqrt{b}$  (۳)

(دشوار - محاسباتی - ۱۱۰۳) (کنکور خارج ۱۴۰۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$2b = a + c$$

اگر  $b$  واسطه حسابی  $a$  و  $c$  باشد:

ویژگی لگاریتم

۱)  $\log_b a^m = \frac{m}{n} \log_b a$

۲)  $\log_c ab = \log_c a + \log_c b$

$$a^2 + 9b^2 = 10ab \xrightarrow{+6ab} a^2 + 9b^2 + 6ab = 16ab \Rightarrow (a+3b)^2 = 16ab$$

$$\Rightarrow \left(\frac{a+3b}{4}\right)^2 = ab \xrightarrow{\text{لگاریتم در مبنای ۱۰}} \log\left(\frac{a+3b}{4}\right) = \log ab$$

$$\Rightarrow 2 \log \frac{a+3b}{4} = \log a + \log b$$

گروه آموزشی ماز

۹- اگر جملات یک دنباله هندسی با قدر نسبت ۲ را نصف کنید، دنباله ای حسابی با قدر نسبت  $d$  خواهید داشت. مقدار  $r+d$  کدام است؟

$\frac{1}{2}$  (۴)

$\sqrt{2}$  (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۱) (کنکور داخل ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

نکته ۱:



جمله  $n$  ام یک دنباله حسابی با جمله اول  $t_1$  و قدرنسبت  $d$  به صورت  $t_n = t_1 + (n-1)d$  است.

نکته ۲:

$$b \text{ را واسطه حسابی } a \text{ و } c \text{ گوئیم، هرگاه: } b = \frac{a+c}{2}$$

نکته ۳:

جمله  $n$  ام دنباله هندسی به صورت  $t_n = t_1 r^{n-1}$  است که در آن  $t_1$  جمله اول و  $r$  قدرنسبت می باشد. ( $t, r \neq 0$ )

نکته ۴:

$$b \text{ را واسطه هندسی } a \text{ و } c \text{ گوئیم، هرگاه: } b^2 = ac$$

جملات دنباله هندسی با قدرنسبت  $r$ :  $a, ar, ar^2, \dots$

اگر جملات دنباله هندسی نصف شوند، یک دنباله حسابی با قدرنسبت  $d$  خواهیم داشت:

جملات دنباله حسابی با قدرنسبت  $d$ :  $\frac{a}{2}, \frac{ar}{2}, \frac{ar^2}{2}, \dots$

می دانیم در یک دنباله حسابی با جملات متوالی  $a, b, c$  داریم:  $2b = a + c$  پس:

$$2\left(\frac{ar}{2}\right) = \frac{a}{2} + \frac{ar^2}{2} \Rightarrow ar = \frac{a + ar^2}{2} \Rightarrow ar = \frac{a(1+r^2)}{2}$$

$$\xrightarrow{a \neq 0} r = \frac{1+r^2}{2} \Rightarrow 2r = 1+r^2 \Rightarrow r^2 - 2r + 1 = 0 \Rightarrow (r-1)^2 = 0 \Rightarrow r = 1$$

بنابراین، جملات دنباله هندسی و حسابی به صورت زیر خواهند بود:

$$\left. \begin{array}{l} \text{دنباله هندسی: } a, a, a, \dots \rightarrow r = 1 \\ \text{دنباله حسابی: } \frac{a}{2}, \frac{a}{2}, \frac{a}{2}, \dots \rightarrow d = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow r + d = 1$$

### گروه آموزشی ماز

۱۰- اگر  $x-1, x, x+1$  و  $2-x$  به ترتیب جملات اول، دوم، چهارم و پنجم یک دنباله هندسی باشند. مجموع مقادیر ممکن برای قدرنسبت این دنباله، کدام است؟

$$- \sqrt{5} \quad (4) \qquad \sqrt{5} \quad (3) \qquad 1 \quad (2) \qquad -1 \quad (1)$$

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۱) (کنکور خارج ۱۴۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

### دنباله هندسی

دنباله ای است که هر جمله آن (غیر از جمله اول) از ضرب یک مقدار ثابت در جمله قبلی به دست می آید. این مقدار ثابت را قدرنسبت دنباله هندسی می گوئیم و آن را با  $q$  یا  $r$  نشان می دهیم. جمله عمومی دنباله هندسی به صورت  $a_n = a_1 \times q^{n-1}$  می باشد. در دنباله هندسی حاصل تقسیم هر جمله بر جمله ماقبل برابر قدرنسبت است.

### روش اول:

با توجه به اطلاعات سؤال داریم:

$$\begin{cases} a_1 = x+1 \\ a_2 = x \end{cases} \Rightarrow r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{x}{x+1}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+1} = \frac{2-x}{x-1} \Rightarrow x(x-1) = (x+1)(2-x)$$

$$\begin{cases} a_4 = x-1 \\ a_5 = 2-x \end{cases} \Rightarrow r = \frac{a_5}{a_4} = \frac{2-x}{x-1}$$

$$\Rightarrow x^2 - x = 2x - x^2 + 2 - x \Rightarrow 2x^2 - 2x - 2 = 0 \xrightarrow{\div 2} x^2 - x - 1 = 0 \quad (*)$$

$$\xrightarrow{\Delta=5} \begin{cases} x_1 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \end{cases} \xrightarrow{r = \frac{x}{x+1}} \begin{cases} r_1 = \frac{\frac{1+\sqrt{5}}{2}}{\frac{1+\sqrt{5}}{2} + 1} = \frac{1+\sqrt{5}}{3+\sqrt{5}} \\ r_2 = \frac{\frac{1-\sqrt{5}}{2}}{\frac{1-\sqrt{5}}{2} + 1} = \frac{1-\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} \end{cases}$$



در نتیجه مجموع مقادیر ممکن برای قدر نسبت این دنباله برابر است با:

$$r_1 + r_2 = \frac{1 + \sqrt{5}}{3 + \sqrt{5}} + \frac{1 - \sqrt{5}}{3 - \sqrt{5}} = \frac{(1 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) + (1 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5})}{(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5})}$$

$$r_1 + r_2 = \frac{(2\sqrt{5} - 2) + (-2\sqrt{5} - 2)}{9 - 5} = \frac{-4}{4} = -1$$

**روش دوم:**

به کمک روابط بین ریشه‌ها در رابطه (\*) داریم:

$$x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 1 \\ x_1 x_2 = \frac{c}{a} = -1 \end{cases}$$

$$r_1 + r_2 = \frac{x_1}{x_1 + 1} + \frac{x_2}{x_2 + 1} = \frac{x_1(x_2 + 1) + x_2(x_1 + 1)}{(x_1 + 1)(x_2 + 1)} = \frac{2x_1 x_2 + (x_1 + x_2)}{x_1 x_2 + (x_1 + x_2) + 1}$$

$$r_1 + r_2 = \frac{2(-1) + 1}{-1 + (1) + 1} = \frac{-2 + 1}{1} = -1$$

گروه آموزشی ماز

سوالات کنکور: فصل ۳ دهم

۱۱- اگر  $\frac{4}{3} \left(\frac{1}{4}\right) = \sqrt[5]{4^2 \sqrt{16}}$   $A = \sqrt[5]{4^2 \sqrt{16}}$  باشد، حاصل  $(2A)^{-\frac{1}{3}}$ ، کدام است؟

- ۱) ۲/۵      ۲) ۵/۰      ۳) ۵/۷۰      ۴) ۱

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳) (کنکور داخل ۹۸)

پاسخ: گزینه ۲

**نکته:**

- اگر  $a > 0$  باشد:

- اگر  $a > 0$  و  $m, n \in \mathbb{Q}$ :

•  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

•  $a^n \times a^m = a^{m+n}$       •  $(a^m)^n = a^{mn}$       •  $a^{-m} = \frac{1}{a^m}$

ابتدا عبارت A را تا جای ممکن ساده می‌کنیم:

$$A = \sqrt[5]{4^2 \sqrt{16}} \times \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{4}{3}} = \sqrt[5]{4^2 \sqrt{4^2} \times 16} \times 2^{-\frac{4}{3}} = \sqrt[5]{4^2 \sqrt{4^2} \times 4^2} \times 2^{-\frac{4}{3}} = \sqrt[5]{4^2 \times 4^2 \times 4^2} \times 2^{-\frac{4}{3}} = \sqrt[5]{4^{10}} \times 2^{-\frac{4}{3}} = 2^2 \times 2^{-\frac{4}{3}} = 2^2 = 4$$

$$(2A)^{-\frac{1}{3}} = (2 \times 4)^{-\frac{1}{3}} = (2^3)^{-\frac{1}{3}} = 2^{-\frac{1}{3} \times 3} = 2^{-1} = \frac{1}{2} = ۰/۵$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر  $(12)^{-1/5} A = \sqrt[5]{9 \sqrt{3}}$  باشد، حاصل  $(1 + A^{-1})^{\frac{1}{3}}$ ، کدام است؟

- ۱) ۳      ۲) ۴      ۳) ۵      ۴) ۶

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳) (کنکور خارج ۹۸)

پاسخ: گزینه ۳



•  $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m : m, n \in \mathbb{N}, a > 0, n \geq 2$

•  $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[mn]{a}$

- اگر  $a \geq 0$  باشد:



ابتدا عبارت A را تا جای ممکن ساده می کنیم:

$$A = \sqrt[5]{9\sqrt{3}(12)^{-1/5}} = \frac{\sqrt[5]{9^2 \times 3}}{12^{\frac{1}{5}}} = \frac{\sqrt[5]{3^5}}{\sqrt{12^3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4^3 \times 3^3}}$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{2^3 \times 3\sqrt{3}} = \frac{1}{24} \Rightarrow A^{-1} = 24$$

$$(1 + A^{-1})^{\frac{1}{2}} = (1 + 24)^{\frac{1}{2}} = (25)^{\frac{1}{2}} = 5$$

حال حاصل خواسته شده را به دست می آوریم:

◆ گروه آموزشی ماز ◆